FLUIDIZÁCIA GUĽOVITÝCH ČASTÍC KVAPALINAMI

JÁN BEŇA

Katedra chemickej technológie anorganických látok Slovenskej vysokej školy technickej v Bratislave

Niektorí autori [1] zastávajú v podstate názor, že na kvantitatívne opísanie prúdenia kvapalín vo fluidných vrstvách možno použiť koeficient odporu, v ktorom číslo Re je vyjadrené priemerom častíc $\mathbf{d}$ a mimovrstvovou rýchlosťou $\mathbf{u}$, zatiaľ čo konštanta úmernosti a exponent na čísle Re odpovedajú hodnotám, ktoré by patrili k číslu Re v prípade pádu častice v neohraničenej tekutine. Úlohou tejto práce je ukázať, že jestvujú oblasti čísel Re, v ktorých táto aplikácia nie je možná, čím sa zásadne popiera exaktnosť uvedenej predstavy.

Kvantitatívne vzťahy tohto druhu majú niekoľko foriem. Najstaršia a najjednoduchšia z nich je v práci R. H. Wilhelma a M. Kwauka [2], ktorí z experimentálnych meraní v oblasti $0{,}3 \leqq Re \leqq 2180$ dospeli k určitým uzáverom. Predpokladajú, že prúdenie tekutiny vo vrstvách možno kvantitatívne opísať týmito parametrami: úbytkom statického tlaku ΔP, priemerom častíc $\mathbf{d}$, výškou kompaktnej vrstvy L_0, výškou expandovanej vrstvy L, mimovrstvovou rýchlosťou tekutiny $\mathbf{u}$, rozdielom špecifických váh vznášky a fluidizujúceho prostredia $g(\varrho_s - \varrho_f)$, hustotou a viskozitou fluidizujúceho prostredia ϱ_f, resp. μ, špecifickým medzerovým objemom ε a tvarovým faktorom. V ďalšom neberú tvarový faktor do úvahy. Z uvedených parametrov odvodili rozmerovou analýzou štyri bezrozmerové kritériá:

$$Re = \frac{\mathbf{u}\mathbf{d}\varrho_f}{\mu}, \tag{1a}$$

$$\varepsilon = \frac{L - L_0}{L}, \tag{1b}$$

$$K_{\Delta P} = \frac{\mathbf{d}^3 \varrho_f \Delta P}{2\mu^2 L_0}, \tag{1c}$$

$$K_{\Delta\varrho} = \frac{\mathbf{d}^3 \varrho_f g(\varrho_s - \varrho_f)}{2\mu^2}. \tag{1d}$$

Ukázali ďalej, že pre fluidnú vrstvu je charakteristická závislosť prvých dvoch kritérií, ktoré na grafe

$$\log Re \quad \text{proti} \quad \log\varepsilon \tag{2}$$

dávajú približne priamku, vytínajúcu na osi $\log Re$ úsek, ktorý sa číselne rovná číslu Re_t, t. j. hodnote, ktorá odpovedá ustálenej rýchlosti pádu častice v neohraničenej tekutine [3]. Tangens uhla sklonu, ktorý zvierali tieto priamky s kladným smerom osi $\log\varepsilon$, menil sa podľa zhodnotenia autorov v medziach 2,5—3,1. Tab. 1 udáva pod hodnotou z_0

tangens uhla sklonu odčítaný z grafu na milimetrovom papieri. Graf bol zostavený podľa hodnôt, ktoré udávajú autori vo svojej práci [2]. Pri čísle 12 v tab. 1 sú dve hodnoty $\mathbf{z}_0$, pretože na grafe boli dve dobre vymedzené priamky, ktoré sa pretínali pri čísle $\mathbf{Re} \doteq 5$.

Tabuľka 1

číslo tab. u Wilhelma a Kwauka	priemer častíc mm	hustota častíc $g.cm^{-3}$	rozsah čísel **Re**	$\mathbf{z}_0$
4	3,272	1,603	55 — 641	2,3
5	4,419	1,603	92 —1020	2,25
7	5,207	2,351	216 —2180	2,35
9	1,283	10,792	52 — 639	2,8
12	0,510	2,492	0,9 — 35	3,7; 2,7
26	0,287	2,492	0,35— 11	3,7

Na tento výsledok nadväzovali W. K. Lewis a spolupracovníci [4]. Udávajú síce len málo meraní pre fluidizáciu vodou, ale namerali veľa sérií fluidizácie vzduchom. V niektorých prípadoch fluidizácie drobných častíc vzduchom dostali na grafickom vzťahu (2) extrapolovaním pri $\varepsilon = 1$ značne väčšie hodnoty čísla **Re**, než sú teoretické pre ustálenú rýchlosť voľného pádu častice v neohraničenej tekutine [5]. Avšak v tých prípadoch, kde extrapolované rýchlosti sa rovnali teoretickým, dostali na grafe

$$\log \frac{4\,\mathbf{g}\mathbf{d}\,(\varrho_s - \varrho_f)}{3\,\mathbf{u}^2\,\varrho_f}\,\varepsilon^{\mathbf{z}=4,65} \quad \text{proti} \quad \log\mathbf{Re} \tag{3}$$

čiaru úplne zhodnú so závislosťou koeficienta odporu od **Re** pre jedinú časticu, ktorá by padala v neohraničenej tekutine. Číslo **Re** sa pri tom menilo v medziach $0,1 \leqq \mathbf{Re} \leqq 20$.

E. W. Lewis a E. W. Bowerman [6] použili experimentálne údaje doteraz uvedených autorov a pri odvodzovaní konečného vzťahu vyšli z predpokladu, že ide o rovnicu

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_t\,(\boldsymbol{k}\varepsilon^{\mathrm{b}}), \tag{4}$$

kde $\boldsymbol{k}$ a b sú konštanty a $\mathbf{u}_t$ je teoretická rýchlosť voľne padajúcej častice v neohraničenej viskóznej tekutine. Podľa výsledkov spracovania experimentálnych hodnôt sú jednotlivé oblasti definované takto:

laminárna oblasť $2 \geqq \mathbf{Re}$,
prechodná oblasť $2 \leqq \mathbf{Re} \leqq 500$,
turbulentná oblasť $500 \leqq \mathbf{Re} \leqq 10^5$.

Pre guľovité častice úzko vymedzených rozmerov $\boldsymbol{k} = 1$; $\mathrm{b} = 0,215$, $0,337$, resp. $0,430$ v jednotlivých oblastiach.

Do tejto skupiny vzťahov patrí aj empirická rovnica, ktorú udáva W. Brötz [7] v tvare:

$$\frac{\zeta\mathbf{Re}^2}{(\zeta\mathbf{Re}^2)_p} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^{\mathbf{z}}, \tag{5}$$

kde koeficient odporu ζ a číslo **Re** sa vzťahujú na časticu voľne padajúcu v neohraničenej tekutine rýchlosťou rovnou hodnote mimovrstvovej rýchlosti **u** a kde index p značí, že ide o prahové hodnoty. Hodnota exponentu **Z** sa pri časticiach menších než 0,3 mm silne zväčšuje s klesajúcim priemerom častíc, ale nezávisí od povahy tekutiny. Pri časticiach väčších než 0,3 mm v prípade fluidizácie vodou má konštantnú hodnotu približne 4,6, kým pri fluidizácii plynmi sa hodnota **Z** zmenšuje s rastúcim priemerom častíc.

O totožnosti a rozporoch uvedených vzťahov

Dá sa dokázať, že za určitých podmienok sú všetky uvedené vzťahy formálne totožné. Predpokladajme, že všetky merania sa robili pri stálej teplote a že len v tomto prípade na grafickom vzťahu (1) dostaneme presnú priamku. Tento predpoklad vyplýva už priamo z práce R. H. Wilhelma a M. Kwauka. Ak totiž pripúšťame, že štyri kritériá — (1a) až (1d) — postačujú a sú nevyhnutné pre kvantitatívne opísanie prúdenia vo vrstve, potom graf log**Re** proti logε má zmysel len vtedy, ak sa nemenia ostatné dve kritériá, pretože platí:

$$f(\mathbf{Re}, K_{\Delta p}, K_{\Delta \varrho}, \varepsilon) = 0 .$$

Toto je pri fluidnej vrstve v podstate vždy splnené, ak sa nemení teplota.

Podľa toho, čo sa hovorilo o povahe vzťahu (1), môžeme písať:

$$\mathbf{Re} = \mathbf{Re}_t \, \varepsilon^{z_o} , \tag{6}$$

z čoho po dosadení za **Re** a vykrátení priamo dostaneme:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_t \, \varepsilon^{z_o} . \tag{7}$$

Rovnice (6) a (7) platia už zrejme všeobecne; aby sme však na grafe dostali priamku, museli by sme v prípade premennej teploty nanášať

$$(\log \mathbf{Re} - \log \mathbf{Re}_t) \quad \text{proti} \quad \log \varepsilon ,$$

resp.

$$(\log \mathbf{u} - \log \mathbf{u}_t) \quad \text{proti} \quad \log \varepsilon .$$

Porovnaním rovnice (7) s rovnicou (4) nachádzame medzi nimi totožnosť pre

$$k = 1 , \tag{7a}$$

$$b = z_o . \tag{7b}$$

Ak častica padá ustálenou rýchlosťou v neohraničenom viskóznom prostredí, môžeme písať:

$$\zeta_t = \frac{4\,\mathbf{gd}\,(\varrho_s - \varrho_f)}{3\,\varrho_f\,\mathbf{u}_t^2} , \tag{8}$$

kde koeficient odporu ζ_t pre jednotlivé oblasti môžeme vyjadriť v tvare:

$$\zeta_t = \frac{k}{\mathbf{Re}^x} . \tag{8a}$$

Rovnica (8) sa po dosadení za $\mathbf{u}_t$ a $\mathbf{Re}_t$ z rovníc (6) a (7) zmení na vzťah:

$$\frac{k}{\mathbf{Re}^x} = \frac{4\,gd\,(\varrho_s - \varrho_f)}{3\,\varrho_f\,u^2}\,\varepsilon^{z_0(2-x)}\,. \tag{9}$$

Rovnica (9) sa funkčne stotožňuje s grafickým vzťahom (3), ak

$$z = z_0\,(2 - x)\,. \tag{9a}$$

Ak rovnicu (9) vynásobíme výrazom $\mathbf{Re}^2$, dostávame po úprave vzťah:

$$\zeta\mathbf{Re}^2 = \frac{4\,gd^3\,(\varrho_s - \varrho_f)\,\varrho_f}{3\,\mu^2}\,\varepsilon^{z_0(2-x)}\,; \tag{10}$$

táto rovnica má platiť pre ľubovoľné ε za predpokladu, že platí rovnica (9). Pretože rovnicu (10) môžeme písať ako pre prahové pomery, tak aj pre ľubovoľné iné, po vydelení dvoch takýchto rovníc dostaneme:

$$\frac{\zeta\mathbf{Re}^2}{(\zeta\mathbf{Re}^2)_p} = \frac{\mu_p^2\,(\varrho_s - \varrho_f)\,\varrho_f}{\mu^2\,(\varrho_s - \varrho_{fp})\,\varrho_{fp}}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^{z_0(2-x)}, \tag{10a}$$

kde indexy p označujú hodnoty parametrov na prahu fluidizácie. Ak sa počas celého merania teplota nemení, platí zrejme vzťah:

$$\frac{\zeta\mathbf{Re}^2}{(\zeta\mathbf{Re}^2)_p} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p}\right)^{z_0(2-x)}. \tag{10b}$$

Rovnica (10b) je totožná s rovnicou (5) za predpokladu, že platí:

$$Z = z_0\,(2 - x)\,. \tag{10c}$$

Týmto je dokázaná a vymedzená totožnosť všetkých spomenutých vzťahov. Pretože sa všetky dajú previesť na tvar rovnice (9), majú exaktnú platnosť len vtedy, ak koeficient trenia, modifikovaný na tvar

$$\frac{4\,gd\,(\varrho_s - \varrho_f)}{3\,\varrho_f\,u^2}\,\varepsilon^z,$$

v každom prípade sa rovná hodnote $k\,\mathbf{Re}^{-x}$, kde číslo $\mathbf{Re}$ je určené priemerom častice a mimovrstvovou rýchlosťou tekutiny a konštanta úmernosti k, ako aj exponent $-x$ odpovedajú hodnotám, ktoré by patrili k číslu $\mathbf{Re}$ v prípade pádu častice v neohraničenej tekutine; napr. v laminárnej oblasti je modifikovaný koeficient trenia $24\,\mathbf{Re}^{-1}$. Z toho vyplýva, že aj medze jednotlivých oblastí prúdenia by mali súhlasiť s kritickými hodnotami $\mathbf{Re}$ pre pád častice v neohraničenom prostredí a hodnoty exponentov na symbole špecifického medzerového objemu vo vzťahoch, ktoré udávajú jednotliví autori, by mali byť v presne definovanom pomere. Tento pomer vystihujú rovnice (7b), (9a) a (10c), podľa ktorých môžeme prepočítať hodnoty b, z a Z na z_0. Výsledky

Tabuľka 2

	autor		
	W. K. Lewis	E. W. Lewis	W. Brötz
oblasť laminárna	4,65	4,65	väčšie než 4,65
oblasť prechodná	3,32	2,97	3,32
oblasť turbulentná	—	2,32	2,325

takého prepočtu sú zahrnuté v tabuľke 2. V údajoch rôznych autorov sú značné rozpory. V tab. 1 hodnoty **Re** pod číslom 4, 5, 7 patria do prechodnej a čiastočne do turbulentnej oblasti prúdenia, pretože rozhranie medzi oboma v prípade pádu jedinej častice v neohraničenej tekutine je **Re** $= 500$. Hodnoty z_0 v prechodnej a turbulentnej oblasti podľa tab. 2 sa líšia o dobre definovaný násobok; očakávali by sme preto, že na grafe log**Re** proti $\log \varepsilon$ dostaneme dve pretínajúce sa priamky. Avšak v skutočnosti vo všetkých troch prípadoch vychádza len jedna pomerne dobre definovaná priamka, pre ktorú podľa tab. 1 vychádza hodnota $z_0 = 2{,}3$. V prechodnej oblasti, kde podľa tab. 2 má byť $z_0 = 2{,}97$, budú medzi požiadavkou tab. 2 a nameranými hodnotami značné nezhody; pri $\varepsilon = 0{,}5$ je hodnota $0{,}5^{2,3}$ o 59% väčšia než hodnota $0{,}5^{2,97}$ a dokonca až o 103% väčšia než hodnota $0{,}5^{3,32}$. Je zaujímavé, že ani jedna hodnota z_0 v tab. 1 z uvedených troch prípadov nedosahuje veľkosť 2,97, akoby to podľa tab. 2 zodpovedalo prechodnej oblasti. Ďalšia nezhoda je aj v samej tab. 2. Napríklad medzi hodnotami uvádzanými Brötzom a hodnotami ostatných autorov je v laminárnej oblasti podstatný rozdiel zásadného rázu, pretože podľa Brötza napr. pre častice o priemere 0,1 mm je hodnota $z_0 = 12{,}8$ a pri $\varepsilon = 0{,}6$ je výraz $0{,}6^{4,65}$ až 64,28-krát väčší než hodnota $0{,}6^{12,8}$. Aj v prechodnej oblasti je medzi údajmi rôznych autorov značný rozdiel v hodnotách z_0; hodnota $0{,}6^{2,97}$ je až o 20% väčšia než hodnota $0{,}6^{3,32}$. Tieto prípady hovoria prinajmenšom o výskyte takých faktorov, ktoré veľmi podstatne ovplyvňujú výsledky meraní.

O niektorých dôsledkoch teórie podobnosti

Zásadným nedostatkom opísaných vzťahov z teoretického hľadiska je definícia kritických hodnôt čísla **Re**, ktoré ohraničujú jednotlivé oblasti. E. W. Lewis [8] tvrdí o kritickej hodnote **Re**, ktorá charakterizuje rozhranie medzi laminárnou a prechodnou oblasťou, že $\mathbf{Re}_k = 2$. Cituje aj literatúru, podľa ktorej je tomu tak aj pri použití Stokesovho zákona na kvantitatívne opísanie pádu častice v neohraničenej viskóznej tekutine. Toto tvrdenie prekvapuje, pretože v klasických prácach sa udáva značne nižšia hodnota. Napríklad N. A. Figurovskij [9] udáva podľa Rayleighovho grafu presnú hodnotu $\mathbf{Re}_k = 0{,}2$ a prípustnú hornú hranicu použiteľnosti Stokesovho zákona **Re** $= 0{,}5$. Rovnako aj J. H. Perry [10] uvádza hodnotu $\mathbf{Re} = 0{,}3$ ako maximálnu, pri ktorej sa dá ešte presne použiť Stokesov zákon; pri hodnote $\mathbf{Re} = 2$ je už koeficient odporu o 20% väčší, než by to zodpovedalo laminárnej oblasti, t. j. vyrazu 24 $\mathbf{Re}^{-1}$. Z toho vyplýva, že ak E. W. Lewis našiel pri spracovaní experimentálnych hodnôt kritické číslo $\mathbf{Re}_k = 2$, treba z toho urobiť uzáver, že laminárna oblasť sa posunula smerom väčších čísel $\mathbf{Re}$ v porovnaní s aplikovateľnosťou Stokesovho zákona. Merania, ktoré som vykonal, ukazujú, že niet stálej kritickej hodnoty čísla $\mathbf{Re}$, definovanej mimovrstvovou rýchlosťou a priemerom častice. Ak by ostatné parametre častíc a kvapaliny ostali nezmenené a menil by sa len priemer častíc, posunovala by sa kritická hodnota $\mathbf{Re}_k$ s rastúcim priemerom do oblasti vyšších čísel $\mathbf{Re}$. To znamená, že hodnota čísla $\mathbf{Re}$ nie je postačujúcim kritériom pre dynamickú podobnosť pri prúdení tekutiny vo fluidnej vrstve.

Táto skutočnosť neprekvapuje a vyplýva už zo samej teórie podobnosti bez akýchkoľvek experimentálnych zístení. Každý fyzikálny zákon môžeme vlastne považovať za vzťah medzi kritériami podobnosti a môžeme ho vyjadriť v kriteriálnej forme. Na základe rýdzo dynamických úvah sa dá odvodiť matematický vzťah, ktorý opisuje pád častice v neohraničenom prostredí (pri ustálenej rýchlosti), a dá sa napísať v kriteriálnej forme:

$$\zeta_t = \frac{4\,\mathbf{gd}\,(\varrho_s - \varrho_f)}{3\,\varrho_f\,\mathbf{u}_t^2}. \tag{11}$$

Ak výraz $\mathbf{g}(\varrho_s - \varrho_f)$ pokladáme za jediný parameter (čo je úplne opodstatnené, pretože hodnota $\mathbf{g}$ má v tomto prípade jednoznačný fyzikálny zmysel len v spojení s rozdielom hustôt častíc a tekutiny), máme vlastne päť parametrov, ktoré sa dajú vyjadriť tromi rozmermi. Týchto päť parametrov predpokladá teda podľa π-teorému dve kritériá podobnosti; rovnicu (11) môžeme preto písať napr. v tvare:

$$f\left(\mathbf{Re}, \frac{\mathbf{dg}\,(\varrho_s - \varrho_f)}{\varrho_f\,\mathbf{u}_t^2}\right) = 0. \tag{12}$$

Pretože úplná podobnosť vyžaduje číselnú rovnosť rovnako označených kritérií podobnosti, budú dva prípady pádu častice v tekutine vtedy určite podobné, ak dokážeme, že majú rovnaké aspoň jedno z oboch kritérií v rovnici (11); podľa tejto rovnice musia mať totiž rovnaké aj druhé kritérium, pretože ide o rovnicu s jednou nezávisle premennou. Rovnosť čísla $\mathbf{Re}$ je teda v tomto prípade úplne postačujúcou podmienkou podobnosti, preto koeficient odporu je jednoznačne definovaný číslom $\mathbf{Re}$. Rovnicu (11) môžeme písať aj v tvare:

$$f_1\left(\mathbf{Re}, \frac{\mathbf{d}^3\mathbf{g}\,(\varrho_s - \varrho_f)\,\varrho_f}{\mu^2}\right) = 0,$$

kde druhé kritérium (označované často ako **Ar**, t. j. Archimedovo) vzniklo určitou kombináciou obidvoch kritérií, vystupujúcich v rovnici (11). Pretože aj na túto rovnicu sa vzťahuje všetko, čo sa už predtým povedalo, ku každému číslu **Re** patrí len jediná hodnota kritéria **Ar** a naopak. Na tomto sa zakladá napr. použitie a zostrojenie známeho Ljaščenkovho grafu.

Avšak len čo pri procesoch pribudnú ďalšie vplyvy, ktoré musíme vyjadriť novými kritériami podobnosti, celá problematika podobnosti sa skomplikuje. Predpokladajme, že simplex

$$\frac{L_0}{L},$$

resp. výraz

$$1 - \frac{L_0}{L},$$

čo je vlastne špecifický medzerový objem, dostatočne vyjadruje všetky tie vplyvy, ktoré pribudnú pri prechode od pádu jedinej častice v neohraničenej tekutine k prúdeniu tekutiny vo fluidnej vrstve. V tomto prípade môžeme písať:

$$f_2\left(\mathbf{Re}, \frac{dg\,(\varrho_s - \varrho_f)}{\varrho_f\, u^2}, \varepsilon\right) = 0. \qquad (12a)$$

Ak táto rovnica stačí na matematické vyjadrenie prúdenia a teda aj na vyjadrenie podobnosti, podobnosť prúdenia v dvoch fluidných vrstvách bude vtedy úplná, ak v obidvoch prípadoch rovnako označené kritériá budú mať rovnaké číselné hodnoty. Preto úplne postačuje dokázať, že túto podmienku číselnej rovnosti splňujú dve ľubovoľné kritériá, pretože vtedy podľa rovnice (12) ju musí splňovať aj tretie. Keďže rovnicu (12) môžeme písať aj v tvare:

$$F\,(\mathbf{Re}, \mathbf{Ar}, \varepsilon) = 0,$$

na grafe log**Re** proti logε budú mať všetky namerané hodnoty vtedy rovnakú polohu, ak častice i tekutina splňujú podmienku číselnej rovnosti a konštantnosti kritéria **Ar**. Ak totiž vezmeme potom pre všetky tieto prípady ľubovoľné reálne ε (reálne v tom zmysle, že mu zodpovedá určitá expanzia fluidnej vrstvy), je už číslo **Re** jednoznačne určené.

Majme niekoľko prípadov s rozličnou hodnotou kritéria **Ar**! Predpokladajme, že vo všetkých týchto prípadoch na grafe log**Re** proti logε môžeme nájsť dve oblasti prúdenia, napr. laminárnu a prechodnú. Toto sa prejaví tak, že pre každý prípad dostaneme dve pretínajúce sa čiary. Pretože určitej číselnej hodnote kritéria **Ar** zodpovedá jednoznačne definovaná dvojica číselných hodnôt kritérií **Re** a ε, nemôže nastať ani v kritických oblastiach úplná podobnosť, pretože potom by muselo byť:

$$\mathbf{Re}_{k1} = \mathbf{Re}_{k2} = \ldots = \mathbf{Re}_{kn}$$

a taktiež

$$\varepsilon_{k1} = \varepsilon_{k2} = \ldots = \varepsilon_{kn},$$

čo nie je možné, pretože podmienkou tejto rovnosti je:

$$\mathbf{Ar}_1 = \mathbf{Ar}_2 = \ldots = \mathbf{Ar}_n,$$

kým vo všetkých týchto prípadoch platia nerovnosti:

$$\mathbf{Ar}_1 \neq \mathbf{Ar}_2 \neq \ldots \neq \mathbf{Ar}_n.$$

Na to, aby sa úplná podobnosť porušila, postačuje, aby boli rôzne kritériá **Ar**. Z toho môžeme urobiť uzáver, že kritická hodnota $\mathbf{Re}_k$ je číselne rovnaká vo všetkých prípadoch, kde je rovnaké kritérium **Ar**. Pre prípady s rôznou hodnotou kritéria **Ar** zrejme platí:

$$\mathbf{Re}_k = \mathrm{F}(\mathbf{Ar}). \quad (12\ \mathrm{b}$$

Konkrétny tvar rovnice (12b) treba určiť experimentálne.

Záver

Rozdeľovanie oblastí prúdenia kvapaliny vo fluidných vrstvách na laminárne, prechodné a turbulentné podľa určitej, pre rôzne prípady konštantnej kritickej hodnoty čísla **Re** nemá teoretické opodstatnenie ani fyzikálny zmysel, pretože ku každému číslu **Re** patrí len jediná dvojica čísel **Ar** a ε, keď je dynamická podobnosť splnená. Preto rovnicu (12) nemožno vo všeobecnosti písať v tvare rovnice (9), ale treba pre ňu hľadať presnejšie vyjadrenie, pretože ide o kvalitatívne odlišný proces v porovnaní s pádom častice v neohraničenej kvapaline. Ak v určitých prípadoch rovnica (9) vystihuje experimentálne namerané závislosti v medziach určitých chýb, nemožno to od nej očakávať vo všeobecnom prípade. Treba upozorniť na to, že všeobecná aplikácia rovnice (9) môže viesť k značným chybám. Okrem toho porovnanie tabuliek 1 a 2 ukazuje, že aj výsledky aplikácie na prípady pri tých hodnotách **Ar**, ktoré boli použité na experimentálne overenie rovnice (9), sú značne neurčité, pretože práce rôznych autorov viedli k rôznym výsledkom, a nie je isté, ktoré údaje sú správne. Toto platí aj o aplikácii vzťahov ostatných autorov, pretože všetky sa dajú previesť na tvar rovnice (9).

Súhrn

V článku sa poukazuje na totožnosť rôznych foriem vzťahov, ktoré niektorí autori udávajú pre prúdenie kvapalín vo fluidnej vrstve. Na základe tejto

totožnosti sa porovnáva, do akej miery si v týchto vzťahoch zodpovedajú hodnoty exponentov na symbole špecifického medzerového objemu, a zisťuje sa, že niektoré údaje si značne odporujú. Úvahou na základe teórie podobnosti sa dokazuje, že pre prúdenie vo vrstvách častíc nemožno medze jednotlivých oblastí vo všeobecnosti vystihnúť určitou konštantnou hodnotou kritického čísla ***Re***, ako to predpokladá charakter prác R. H. Wilhelma, M. Kwauka, K. W. Lewisa a spol., E. W. Lewisa, E. W. Bowermana a W. Brötza. Všeobecnou úvahou sa pre kritickú hodnotu čísla ***Re*** odvodzuje vzťah:

$$\boldsymbol{Re}_{\mathrm{k}} = \mathrm{F}(\boldsymbol{Ar}),$$

kde ***Ar*** je číslo Archimedovo. Túto závislosť potvrdzuje séria autorových prác, ktoré budú uverejnené neskoršie.

LITERATÚRA

1. Lewis W. K., Gilliland E. R., Bauer W. C., Ind. Eng. Chem. *41*, 1104—1117 (1949). Brötz W., Chemie Ing. Techn. *1952*, 24. Lewis E. W., Bowerman E. W., Chem. Eng. Progr. *48*, 603—610 (1952). 2. Wilhelm R. H., Kwauk M., Chem. Eng. Progr. *44*, 201—218 (1948). 3. Wilhelm R. H., Kwauk M., Chem. Eng. Progr. *44*, 203—204 (1948). 4. Lewis W. K., Gilliland E. R., Bauer W. C., Ind. Eng. Chem. *41*, 1104—1117 (1949). 5. Lewis W. K., Gilliland E. R., Bauer W. C., Ind. Eng. Chem. *41*, 1107—1108 (1949). 6. Lewis E. W., Bowerman E. W., Chem. Eng. Progr. *48*, 603—610 (1952). 7. Brötz W., Chemie Ing. Techn. *24*, 70 (1952). 8. Lewis E. W., Bowerman E. W., Chem. Eng. Progr. *48*, 603 (1952). 9. Figurovskij N. A., *Sedimentometričeskij analiz*, Moskva — Leningrad 1949, 60. 10. Perry J. H., *Chemical Engineer's Handbook*, New York — London 1941, 1853.

Došlo do redakcie 18. II. 1955